

## DISTRIBUSI BETA DAN PENERAPANNYA

Oleh:  
Novi Budiati Abdi  
NIM. 983114008

### ABSTRAK

Suatu peubah acak  $X$  yang berdistribusi beta dengan parameter  $a = 0,5v_1$  dan  $b = 0,5v_2$  atau ditulis  $(X \sim BETA(a,b))$ , dapat diperoleh dari hasil transformasi peubah acak  $X = v_1(v_2)^{-1}Y(1 + v_1(v_2)^{-1}Y)^{-1}$ , dengan  $Y$  suatu peubah acak yang berdistribusi  $F$  dengan parameter  $v_1$  dan  $v_2$  ( $Y \sim F(v_1, v_2)$ ). Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat distribusi beta dan contoh penerapannya.

Fungsi padat peluang dari suatu peubah acak  $X$  yang berdistribusi beta dengan parameter  $a > 0$  dan  $b > 0$  adalah

$$f(x) = \begin{cases} (B(a,b))^{-1} x^{a-1} (1-x)^{b-1}; & 0 \leq x \leq 1 \\ 0; & x < 0, x > 1 \end{cases}$$

dengan  $B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx$ .

Sifat-sifat distribusi beta antara lain:

(1) Kurva distribusi beta simetrik jika  $a = b$ , mempunyai kemiringan positif jika  $a < b$ , dan mempunyai kemiringan negatif jika  $a > b$ . (2) Kurva distribusi beta berbentuk platikurtik jika  $\alpha_4 < 3$ , dan berbentuk leptokurtik jika  $\alpha_4 > 3$ . (3) Jika  $X \sim BIN(n, p)$  dan  $Y \sim BETA(a, n-a+1)$  maka  $P(X \geq a) = P(Y \leq p)$ . (4) Jika  $X \sim BETA(1,1)$  maka  $X \sim UNIF(0,1)$ . (5) Jika  $X \sim GAM(\theta, a)$  dan  $Y \sim GAM(\theta, b)$  maka  $X(X+Y)^{-1} \sim BETA(a,b)$ . (6) Titik  $x = (a-1)(a+b-2)^{-1}$  merupakan titik maksimum untuk  $a > 1$ ,  $b > 1$  dan merupakan titik minimum untuk  $a < 1$  dan  $b < 1$ , dengan  $B(a,b)^{-1}(a+b-2)^{-(a+b-2)}(a-1)^{a-1}(b-1)^{b-1}$  adalah nilai maksimum dan nilai minimumnya. (7) Untuk  $a > 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ; untuk  $a < 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$ ; untuk  $a = 1$  dan  $b > 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = b$ ; untuk  $a = 1$  dan  $b < 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ; untuk  $b > 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ ; untuk  $b < 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ ; untuk  $b = 1$  dan  $a > 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = a$ ; untuk  $b = 1$  dan  $a < 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ ; dan untuk  $a = b = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ .

Contoh penerapan dari distribusi beta yang dibahas pada penulisan ini adalah tentang persentase televisi merk tertentu yang terjual membutuhkan perbaikan dalam dua tahun pemakaiannya.